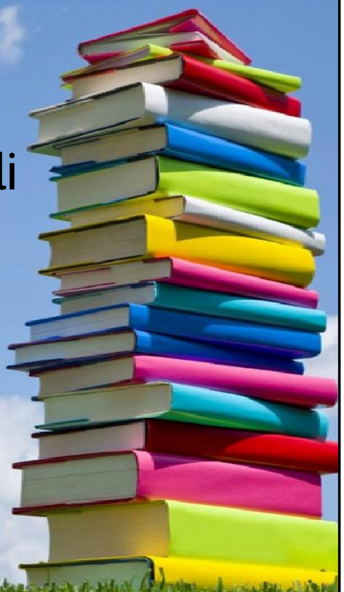


Pertemuan 1

Pengantar Sistem Kendali

MK. Sistem Kendali 1

Bekti Wulandari, M.Pd.
TE KELAS B
2014

Berorientasi pada:

(a) matematika dalam analisis sistem kendali continous (transformasi laplace),
(b) Konsep dan blok diagram sistem kendali terbuka, sistem kendali tertutup, grafik aliran sinyal,
(c) Tanggapan sistem orde tunggal dan orde jamak,
(d) Stabilitas sistem, dengan metode akar-akar persamaan, Routh-Hurwitz, Root Locus,
(e) Konsep kompensator dalam sistem kendali, kompensator PID, dan implementasi kompensator PID menggunakan komponen basis Operational Amplifier,
(f) Masalah penolakan gangguan dalam sistem kendali,
(g) Beberapa aplikasi sistem kendali continous.

PENILAIAN

KOMPONEN	BOBOT
Tugas mandiri dan kelompok	25 %
Kehadiran dan partisipasi	15 %
Ujian mid semester	25 %
Ujian akhir semester	35 %

be.wulandari@gmail.com
085643577521

Kontrak Pembelajaran:

- Toleransi keterlambatan 15 menit.
  - Terlambat 15 - 30 menit harus membuat makalah individu berhubungan dengan topik sistem kendali dikumpul satu hari setelah keterlambatan (atau sesuai kesepakatan)
  - Terlambat >30 menit maka kehadiran mhs tdk dihitung.
- Syarat Ujian: presensi kehadiran mhs minimal 75% dari total pertemuan dalam satu semester
- Berpakaian rapi dan harus memakai sepatu

Cabang Teknik Elektro

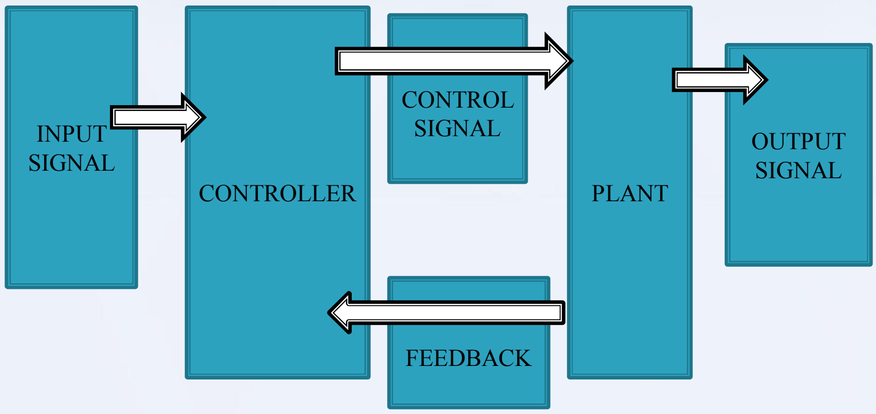
Ilmu-Ilmu teknik di Indonesia telah menetapkan pada tahun 1995 bahwa Program Studi Teknik Elektro (Electrical Engineering) mempunyai **5 (lima)** konsentrasi bidang kajian, yaitu:

1. Teknik Energi Listrik (Electrical Power Engineering)
2. Teknik Telekomunikasi (Telecommunication Engineering)
3. Teknik Elektronika (Electronic Engineering)
4. Teknik Kendali (Control Engineering)
5. Teknik Komputter (Computer Engineering)

Istilah Kendali

- Control Systems: **Sistem Kendali, Sistem** Pengaturan, Sistem Pengendalian, Sistem Kontrol
- Control Engineering: **Teknik Kendali,** Teknik Mengatur, Teknik Pengaturan, Teknik Pengendalian

Apakah yang dimaksud dengan Sistem Kendali?



Definisi Sistem Kendali

Sistem yang minimal ada 2 bagian:

1. Bagian (atau SubSistem) **Kendalian atau** yang dikendalikan (**Plant), yang bisa merupakan** peralatan, perangkat, atau proses yang menghasilkan luaran (output, hasil, produk, isyarat luaran, output signal) karena dikendalikan oleh bagian pengendali.
2. Bagian (atau SubSistem) **Pengendali** (**Controller), yang juga bisa merupakan** peralatan, perangkat, atau proses yang menghasilkan isyarat kendali (control signal) untuk mengendalikan kendalian.

Definisi Sistem Kontrol

- **SISTEM**: kombinasi dari beberapa komponen yang bekerja bersama-sama melakukan sesuatu untuk sasaran tertentu.
- **PROSES**: perubahan yang berurutan dan berlangsung secara kontiniu dan tetap menuju keadaan akhir tertentu.
- **KONTROL**: suatu kerja untuk mengawasi, mengendalikan, mengatur dan menguasai sesuatu

  SISTEM KONTROL (*Control System*): proses pengaturan atau pengendalian terhadap satu atau beberapa besaran (***variabel*** atau ***parameter***) sehingga berada pada suatu harga atau *range* tertentu.

  Contoh : tekanan (*pressure*), aliran (*flow*), suhu (*temperature*), ketinggian (*level*), pH, kepadatan (*viscosity*), kecepatan (*velocity*), dan lain-lain.

Ilustrasi sistem kendali

- Mengontrol sebuah variabel untuk mendapatkan nilai yang diinginkan

  contoh:

  perangkat penyejuk ruangan. Luaran yang diharapkan adalah suhu ruangan yang sejuk. Perangkat AC ini akan menyala bila suhu ruangan memanas, dan akan padam jika sudah sejuk. Pengguna cukup mengatur set point suhu ruangan yang diinginkan pada bagian pengendali, kemudian sistem kendali mengatur suhu ruangan (thermostat).
- Mengontrol urutan kejadian

  contoh: sebuah ban berjalan digunakan untuk memindahkan kaleng ke sebuah mesin pres -> mesin pres bekerja menghasilkan bentuk yang diinginkan -> kaleng yang sudah dipres dikeluarkan dari mesin
- Mengontrol apakah suatu kejadian terjadi atau tidak

  contoh: mesin cuci pakaian otomatis memiliki kunci pengaman pada pintunya shg mesin tidak dapat beroperasi apabila catu daya mati dan pintu terbuka. Kontrolnya: kondisi yang membuat mesin beroperasi.

Jenis Sistem Kendali

1. **Sistem kontrol lup Terbuka (Open-loop Control System)**

   Salah satu jenis sistem kontrol yang banyak digunakan untuk pengendalian parameter yang digunakan dalam peralatan rumah tangga maupun industri. Sistem kontrol lup terbuka adalah sistem kontrol yang keluarannya tidak berpengaruh pada aksi pengontrolan, jadi keluarannya tidak diukur atau diumpan balikan untuk dibandingkan dengan masukan.

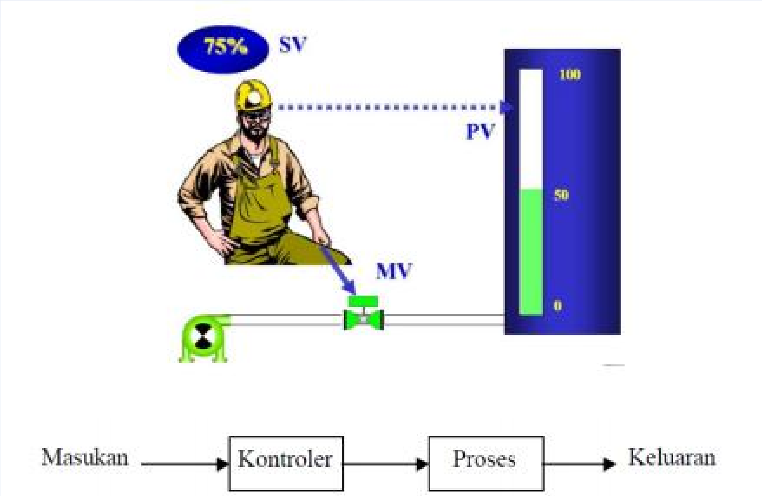
   Contoh: mesin cuci.

   Proses yang dilakukan oleh mesin cuci yang meliputi perendaman, pencucian dan pembilasan tidak dilakukan pengukuran terhadap outputnya yaitu apakah pakaian yang dicuci sudah bersih atau belum. Mekanisme kerja hanya berpedoman pada waktu, jumlah air dan jumlah deterjen. (asumsinya pakaian yang dicuci akan bersih)

1. Open-loop Control System (lanjutan)

- termasuk dalam sistem kontrol manual dimana proses pengaturannya dilakukan secara manual oleh operator dengan mengamati keluaran secara visual, kemudian dilakukan koreksi variable-variabel kontrolnya untuk mempertahankan hasil keluarannya.
- Sistem kontrol tidak dapat melakukan koreksi variable untuk mempertahankan hasil keluarannya. Perubahan ini dilakukan secara manual oleh operator setelah mengamati hasil keluarannya melalui alat ukur atau indikator.

1. Open-loop Control System (lanjutan)



1. Open-loop Control System (lanjutan)

Kelebihan

a. Konstruksinya sederhana dan perawatannya mudah
b. Lebih murah
c. Tidak ada masalah kestabilan berkaitan dengan menyimpangnya nilai output yang menjauh dari set poin.

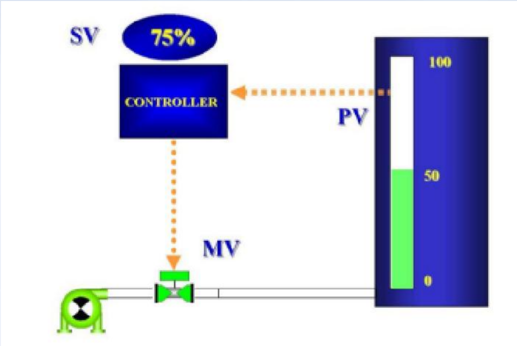
Kelemahan

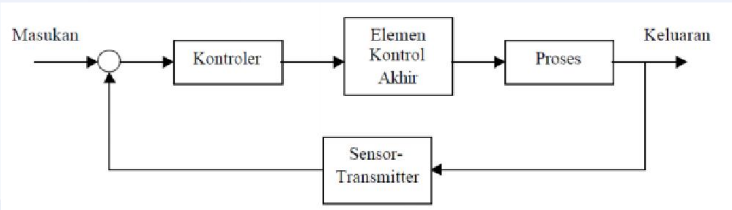
a. Gangguan dan perubahan kalibrasi
   Karena tidak ada umpan balik maka jika ada gangguan pada plant maka sistem kontrol akan cenderung mengalami kesalahan.
b. Untuk menjaga kualitas yang diinginkan perlu kalibrasi ulang dari waktu ke waktu

2. Close-loop Control System

Merupakan sistem kontrol yang sinyal keluarannya mempunyai pengaruh langsung pada aksi pengontrolan. Kontrol lup tertutup termasuk dalam sistem kontrol berumpan balik dimana sinyal kesalahan penggerak merupakan selisih antara sinyal masukan dan sinyal umpan-balik.

2. Close-loop Control System (lanjutan)





2. Close-loop Control System (lanjutan)

- Kelebihan:
  a. Jika terdapat gangguan yg tidak dapat diramal, mudah dikendalikan
  (Karena ada umpan balik)
- Kelemahan:
  a. Kestabilan, karena cenderung terjadi kesalahan akibat koreksi yang berlebih
  b. Jumlah komponen lebih banyak

- Berikan contoh ilustrasi sistem kendali beserta cara kerja sistem!

Dalam mengendalikan variabel proses adalah dengan melakukan analisis dan perancangan.

1. Penguasaan Dasar-dasar Matematika

   Digunakan untuk dasar analisis dan perancangan sistem kontrol menyangkut pada model matematika sistem agar mudah dianalisis. Model adalah abstraksi (penyederhaan) dan representasi sistem nyata.

2. Penguasaan Pemodelan Matematika Sistem Fisik

Transformasi Laplace

- Matematika dalam analisis sistem kendali (transformasi laplace)
- Digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial linear
- Digunakan untuk mentransformasikan signal/system dari domain waktu ke domain s untuk sistem waktu kontinyu

Definisi Transformasi Laplace

- Jika f(t) adalah suatu fungsi dari t yang tertentu untuk t > 0, maka transformasi Laplace dari f(t) yg dinyatakan dalam F(s) atau L(f(t)) didefinisikan sebagai:

$$F(s) = L(f) = \int_0^\infty e^{-st} f(t)dt \quad \text{for } f(t), t > 0$$

- Carilah transformasi Laplace dari f(t) = 2 untuk t $\geq$ 0
- Solusi: $L(s) = L(f(t)) = \int_0^\infty e^{-st} f(t)dt$

$$L(s) = L(2) = \int_0^\infty e^{-st}\, 2\,dt$$

$$\Leftrightarrow \; = 2\int_0^\infty e^{-st} dt$$

$$\Leftrightarrow \; = 2\left[\frac{e^{-st}}{-s}\right]_0^\infty = 2\left[0 - \left(\frac{-1}{s}\right)\right] = \frac{2}{s}$$

- Dari contoh di atas diperoleh:

$$L(k) = \frac{k}{s}, \text{ asal } s > 0 \text{ dimana k = konstanta}$$

- Contoh 2:
  Carilah transformasi Laplace dari f(t) = e^{-3t} dengan t $\geq$ 0
  Solusi: $L(s) = L(f(t)) = \int_0^\infty e^{-st} f(t)dt$

$$L(s) = L\left(e^{-3t}\right) = \int_0^\infty e^{-st} e^{-3t} dt$$

$$\Leftrightarrow \; = \int_0^\infty e^{-(s+3)t} dt$$

$$\Leftrightarrow \; = \left[\frac{e^{-(s+3)t}}{-(s+3)}\right]_0^\infty = \left[0 - \left(\frac{-1}{s+3}\right)\right] = \frac{1}{s+3}$$

- Dengan cara yang sama diperoleh:

$$L\left(e^{-kt}\right)=\frac{1}{s+k}\text{, asal } s>-k \text{ dimana k = konstanta}$$

Transformasi Laplace dari Fungsi Sederhana

	f(t) = L^{-1}(F(s)	$\mathcal{L}(f(t))$= F(s)		f(t) = L^{-1}(F(s)	$\mathcal{L}(f(t))$ = F(s)
1	1	1/s	7	cos ωt	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
2	t	$1/s^2$	8	sin ωt	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
3	t^2	$2!/s^3$	9	cosh at	$\frac{s}{s^2-a^2}$
4	t^n (n=0, 1,…)	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	10	sinh at	$\frac{a}{s^2-a^2}$
5	t^a (a positive)	$\frac{\Gamma(a+1)}{s^{a+1}}$	11	e^{at} cos ωt	$\frac{s-a}{(s-a)^2+\omega^2}$
6	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	12	e^{at} sin ωt	$\frac{\omega}{(s-a)^2+\omega^2}$

Transformasi Laplace Invers

- Transformasi Laplace adalah suatu pernyataan dalam variabel s yang dinotasikan dengan F(s). Dikatakan bahwa f(t) dan F(s) = L(f(t) membentuk suatu pasangan transformasi.
- Ini berarti bahwa jika F(s) adalah transformasi Laplace dari f(t), maka f(t) adalah Transformasi Laplace Invers dari F(s).
- Dituliskan $f(t) = L^{-1}(F(s))$

- Jika f(t) = 4 maka transformasi Laplace-nya adalah L(f(t)) = L(f(4)) = 4/s
- Jadi jika F(s) = 4/s maka transformasi Laplace Inversnya adalah $L^{-1}(F(s)) = f(t) = 4$

Latihan

Carilah tranformasi laplace dari fungsi berikut dari :

1. $f(t) = 5$
2. $f(t) = e$
3. $f(t)= e^{2t}$
4. $f(t) = -5\ e^{-3t}$
5. $f(t) = 2e^{-3t-2}$

PERTEMUAN 2

MODEL MATEMATIK SISTEM FISIK

MK. Sistem Kendali 1

Bekti Wulandari, M.Pd.
TE KELAS B
2014

MODEL MATEMATIK SISTEM FISIK

Model matematik adalah deskripsi matematik dari sistem yang dinyatakan dalam bentuk hubungan matematik dari Input dan Output sistem

Model sederhana: $v(t) = i(t).R$

PENYAJIAN MODEL MATEMATIK

- Dalam bentuk persamaan matematik
  - ✓ persamaan diferensial untuk sistem kontinyu
  - ✓ pers. Beda untuk sistem diskrit
- Dalam bentuk Fungsi transfer
  - ✓TF dalam fungsi s untuk sistem kontinyu
  - ✓TF dalam fungsi Z untuk sistem diskrit
- Dalam bentuk diagram
  - ✓ Diagram blok
  - ✓ Signal flow graph

MODEL MATEMATIK DALAM BENTUK TRANSFER FUCTION

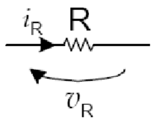
hubungan i/o sistem yang berasal dari TL bentuk PD dengan asumsi semua kondisi awal 0

Transfer Function

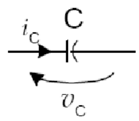
$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

KOMPONEN PASIF : R-L-C

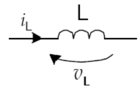
Resistor:



Kapasitor:



induktor:



Model Dinamik:

$$v_R(t) = Ri_R(t) \qquad v_C(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)dt \qquad v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}$$

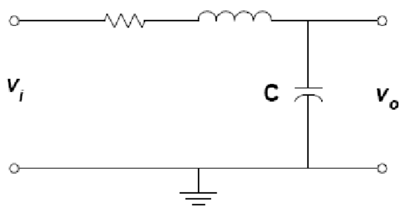
Transformasi Laplace:

$$V_R(s) = RI_R(s) \qquad V_C(s) = \frac{1}{Cs}I_C(s) \qquad V_L(s) = LsI_L(s)$$

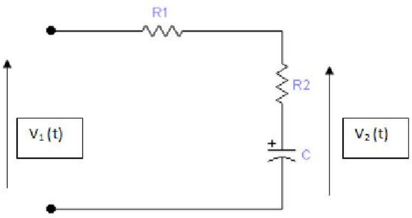
SISTEM ELEKTRIK R-L-C

Suatu Filter terdiri dari komponen RLC, Tegangan input *vi(t)*, Tegangan output *vo(t)*,

- carilah model dinamik sitem elektrik dibawah ini
- Carilah TF sistem elektrik dibawah ini



SISTEM ELEKTRIK R-L-C



- carilah model dinamik sitem elektrik dibawah ini
- Carilah Transfer Function sistemnya

1.

$$Vin = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{i}{c}\int ic\ dt$$

$$Vo = Vc = \frac{i}{c}\int I\ dt$$

$$V\ in\ (s) = RI(s) + LsI(s) + \frac{1}{Cs}I(s)$$

$$= \frac{RIC(s) + LCs^2 I + I}{Cs}$$

$$Vo(s) = \frac{1}{Cs}I(s)$$

$$\frac{Vo}{Vin} = \frac{\frac{1}{Cs}.I(s)}{\frac{RIC(s) + LCs^2 I + I}{Cs}}$$

$$\frac{Vo}{Vin} = \frac{1}{RCs + LCs^2}$$

Pertemuan 3

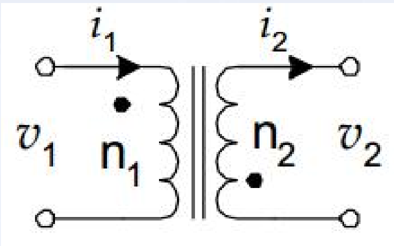
MODEL MATEMATIK SISTEM FISIK

MK. Sistem Kendali 1

Bekti Wulandari, M.Pd.
TE KELAS B
2014

Sistem Elektrik (lanjutan)

- Ada pengaruh induktansi gandeng (M)
- Titik menandakan awal lilitan
- V_1 = tegangan input
- V_2 = tegangan output
- I_1 = arus kumparan primer
- I_2 = arus kumparan sekunder
- N_1= jumlah lilitan kumparan 1
- N_2 = jumlah lilitan kumparan 2



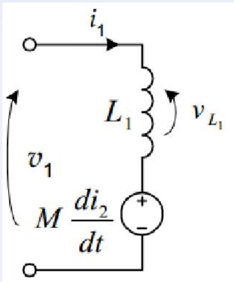
Model dinamik

$$v_2(t) = \frac{n_2}{n_1} v_1(t)$$

Transformasi laplace

$$V_2(s) = \frac{n_2}{n_1} V_1(s)$$

Trafo tidak ideal (sisi primer)



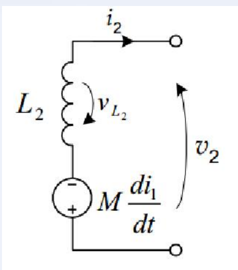
Model dinamik

$$v_1(t) - L_1\frac{di_1(t)}{dt} - M\frac{di_2(t)}{dt} = 0$$

Transformasi laplace

$$V_1(s) - L_1 s I_1(s) - M s I_2(s) = 0$$
$$I_2(s) = \frac{1}{Ms}\{V_1(s) - L_1 s I_1(s)\}$$

Trafo tidak ideal (sisi sekunder)



Model dinamik

$$v_2(t) + L_2\frac{di_2(t)}{dt} + M\frac{di_1(t)}{dt} = 0$$

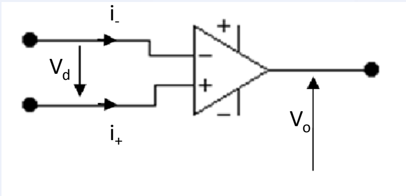
Transformasi laplace

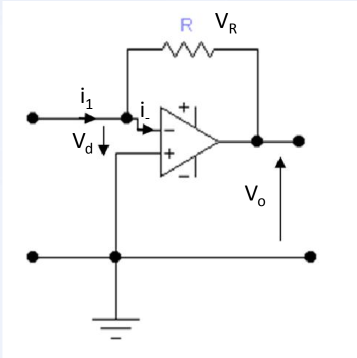
$$V_2(s) + L_2 s I_2(s) + M s I_1(s) = 0$$
$$V_2(s) = -L_2 s I_1(s) - M s I_1(s)$$

Penguat operasional

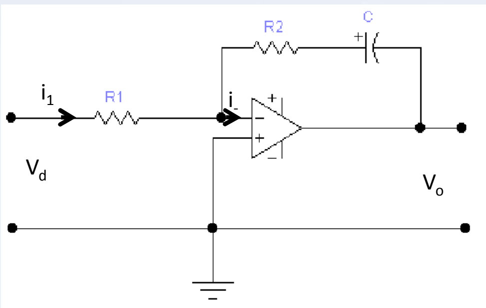
- Kegunaan?

$V_o = V_R = -i_1 R$





Perhatikan gambar rangkaian di bawah ini. Berapakah fungsi alihnya?



$V_i = i_1 R_1$

$V_o = -i_1 R_1 - \frac{1}{C}\int_0^1 i1\,dt$

$V_i(s) = I_1(s)\, R_1$

$V_o(s) = -\, I_1(s)\, R_1 - \frac{1}{sC} I1\ (s)$

$V_o(s) = -\,(R_1 + \frac{1}{sC}) I_1(s)$

Sistem Mekanik

Pada sistem mekanik untuk mencari persamaan dinamik sistem banyak menggunakan Hukum Newton

Gerakan Translasi: $\sum F = m.\ a$

Gerakan Rotasi: $\sum \tau = J.\ \alpha$

F = gaya yang bekerja pada massa m

m= massa benda

a=percepatan benda

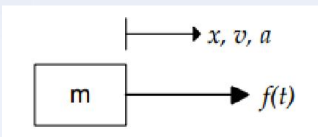
τ =torsi yang bekerja pada benda

J=momen inersia benda

α = percepatan sudut

Sistem Mekanik (lanjutan)

- Massa



$$f(t) = m\ a(t)$$

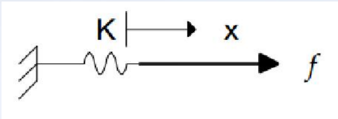
$$f(t) = m\frac{dv(t)}{dt}$$

$$f(t) = m\frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

F(t) adalah gaya yang diterapkan
X(t) adalah perpindahan
M adalah massa
Massa = titik penghubung atas tidak dapat bergerak relatif terhadap penghubung bawah, berbeda denagn pegas dan gesekan

Sistem Mekanik (lanjutan)

- Gesekan

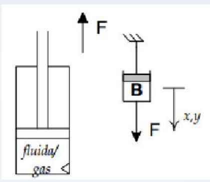


$$f = K\,x$$

Gaya gesekan rekat dengan air dan minyak dan alat fisik yang dimodelkan sebagai gesekan adalah penyerap kejut pada otomotif
Gaya gesekan berbanding langsung dengan perbedaan kecepatan yg melalui elemen
Gesekan akan membuang energi tetapi tidak menyimpannya, massa dan pegas dapat menyimpan energi tetapi tidak dapat membuangnya

Sistem Mekanik (lanjutan)

- pegas



$$F(t) = B\frac{dx(t)}{dt}$$

$$F(t) = B\frac{dy(t)}{dt}$$

b= koefisien redaman

Pertemuan 4

Diagram Kotak

MK. Sistem Kendali 1

Bekti Wulandari, M.Pd.
TE KELAS B
2014

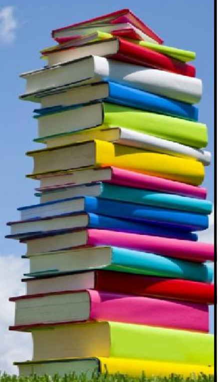
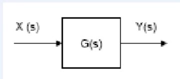
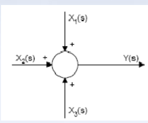


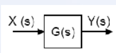
Diagram kotak

Diagram kotak digunakan untuk menggambarkan sistem menurut fungsi dari komponen yang dinyatakan dalam gambar simbolik berupa kotak-kotak. Kotak tersebut berisi informasi yang berkaitan dengan kelakuan dinamis sistem dan tidak berkaitan dengan konstruksi fisik.



Simbol pada diagram kotak





$$\frac{Y(s)}{X(s)} = G(s)$$

- Titik penjumlahan, tanda plus atau minus pada tiap kepala panah menunjukkan apakah sinyal ditambahkan atau dikurangkan.
- Titik cabang adalah suatu titik dengan sinyal dari blok pergi ke blok yang lain atau titik penjumlahan
- Simbol balok, untuk menyatakan hubungan input-output dari komponen baik tunggal atau kumpulan yang dinyatakan dalam bentuk fungsi alih
- Garis arah, menyatakan arah pengaruh variabel

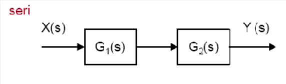
Penyederhanaan Diagram kotak

- Kotak dapat dihubungkan secara seri jika keluaran kotak tidak dipengaruhi oleh kotak berikutnya
  - jika ada pengaruh pembebanan antara komponen ini maka perlu menggabungkan komponen ini menjadi satu kotak
  - jika tanpa pembebanan dapat diganti dengan hasil kali masing-masing fungsi alih tiap komponen
- Hasil kali fungsi alih pada arah umpan maju harus tetap sama
- Hasil kali fungsi alih pada pengelilingan loop harus sama

Reduksi diagram kotak

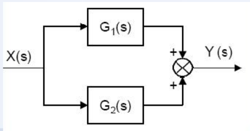
$$Y(s) = G(s)X(s)$$

seri



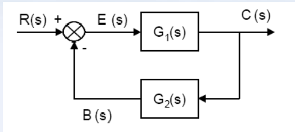
$$Y(s) = G_1(s)G_2(s)X(s)$$

paralel



$$Y(s) = [G_1(s) + G_2(s)]X(s)$$

Negative feedback (1)

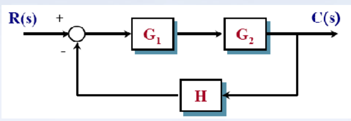


$$E(s) = R(s) - B(s)$$
$$B(s) = G_2(s) * C(s)$$
$$C(s) = E(s) * R(s)$$

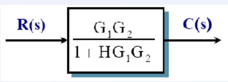
$$\boxed{C(s) = \frac{G_1(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)} R(s)}$$

Gain arah maju dibagi 1 plus loop gain

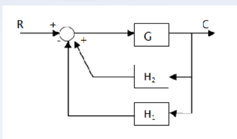
Negative Feedback (2)

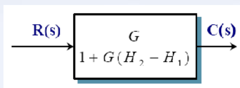


Transfer function close loop system : $\frac{C}{R} = \frac{G_1G_2}{1 + HG_1G_2}$



Negative feedback (3)





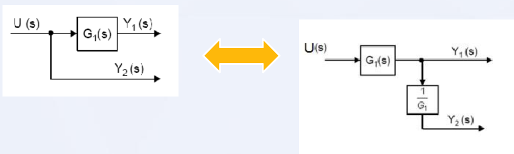
Transfer function close loop system :

$$\frac{C}{R} = \frac{G}{1 + G(H_2 - H_1)}$$

Manipulasi blok

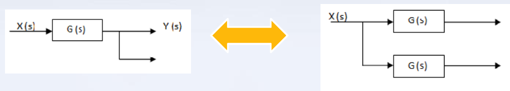
Blok yang terhubung seri

Pemindahan titik takeoff ke belakang suatu blok



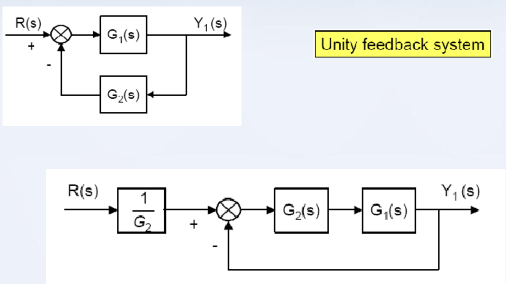
Manipulasi (lanjutan)

Pemindahan titik takeoff ke depan suatu blok

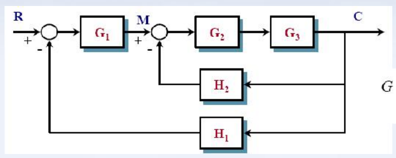


Pemindahan titik penjumlahan

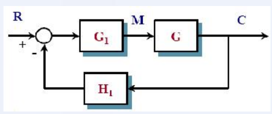
Manipulasi pada feedback



Penyederhanan sistem

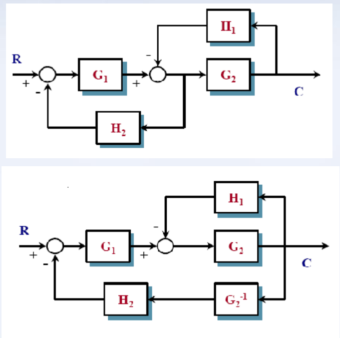


$$G = \frac{G_2G_3}{1+G_2G_3H_2}$$



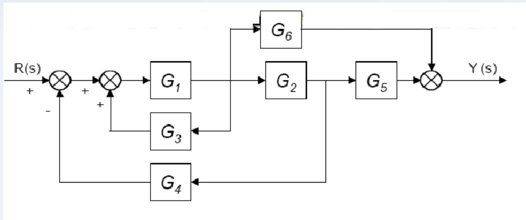
$$\frac{C}{R} = \frac{G_1G_2G_3}{1+G_2G_3H_2+G_1G_2G_3H_1}$$

Penyederhanaan (2)

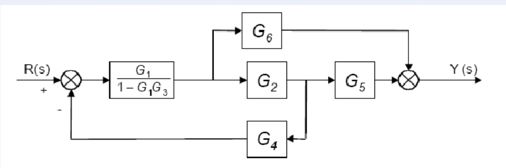


Tentukan transfer functionnya!

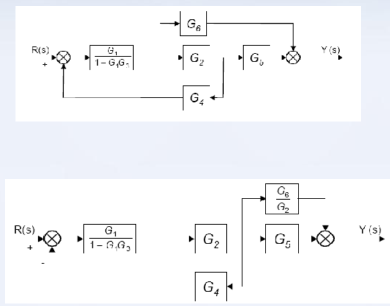
Mereduksi



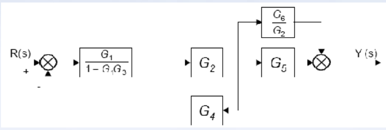
Mereduksi (2)



Menggeser titik cabang (3)



Reduksi total (4)



$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{\dfrac{G_1G_2}{1-G_1G_3}}{1+\dfrac{G_1G_2G_4}{1-G_1G_3}}\left(G_5+\frac{G_6}{G_2}\right)$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G_1G_2G_5+G_1G_6}{1-G_1G_3+G_1G_2G_4}$$

Masukan Berganda

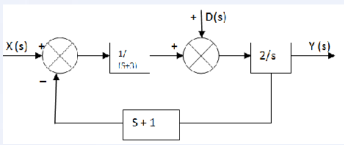
- Respon terhadap beberapa masukan yang secara simultan yg diterapkan adalah jumlah dari respon-respon individual terhadap tiap masukan ketika diterapkan terpisah -> prinsip superposisi
- Langkah Multiple Input- Single Output:

a. Atur semua masukan kecuali satu sebagai sama dengan nol
b. Tentukan sinyal keluaran sistem yang diakibatkan oleh masukan tidak nol
c. Ulangi langkah diatas untuk setiap masukan yang lain secara bergiliran
d. Keluaran total sistem adalah jumlah aljabar dari keluaran yang diakibatkan oleh setiap masukan

Masukan Berganda (lanjutan)

Contoh:

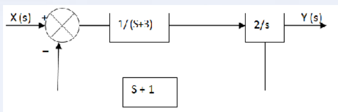
Tentukan keluaran Y(s) dari sistem dibawah ini apabila terdapat sinyal masukan X(s) dan sinyal gangguan D (s) pada titik berikut ini.



Masukan Berganda (lanjutan)

Jawab:

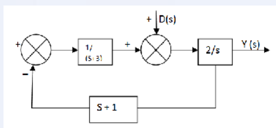
a. D (s) diatur sama dengan nol



Transfer Function =

$$\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{2}{s(s+3)+2(s+1)}$$

b. X (s) diatur sama dengan nol



Transfer Function =

$$\frac{Y(s)}{D(s)}=\frac{2\,(s+3)}{s(s+3)+2(s+1)}$$

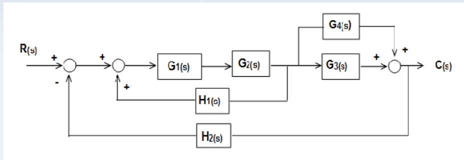
Masukan berganda (lanjutan)

c. Hitung keluaran total sistem dengan menjumlahkan keluaran yg diakibatkan dari masing-masing masukan

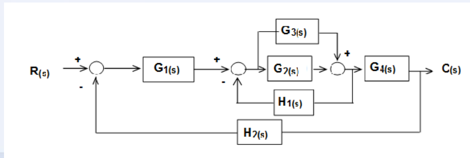
$$Y(s) = \frac{2(s+3)}{s(s+3)+2(s+1)}D(s) + \frac{2}{s(s+3)+2(s+1)}X(s)$$

Sederhanakan dan tentukan Transfer Function

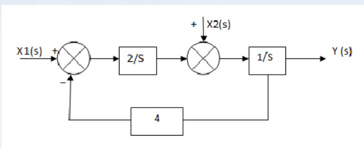
1.



2.



3. Tentukan keluaran Y(s) dari sistem dibawah ini

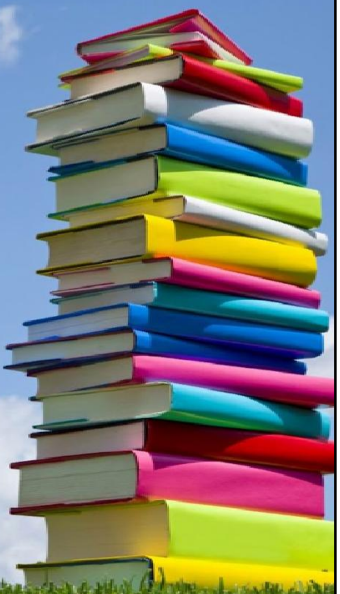


Pertemuan 5

Grafik Aliran Sinyal

MK. Sistem Kendali 1

Bekti Wulandari, M.Pd.
TE KELAS B
2014



Grafik Aliran Sinyal

- Pendekatan grafik aliran sinyal oleh S.J. Mason
- Grafik aliran sinyal merupakan suatu diagram yang mewakili seperangkat persamaan aljabar linear.
- Aliran sinyal hanya dalam satu arah.
- Grafik aliran sinyal menggambarkan aliran sinyal dari satu titik sebuah sistem ke titik yang lain dan memberikan hubungan antara sinyal-sinyal tersebut.

Istilah Grafik Aliran Sinyal

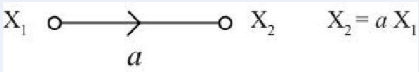
Simpul => suatu titik yang menyatakan suatu variabel atau sinyal.
Transmitansi => penguatan antara dua buah simpul.
Cabang => segmen garis berarah yang menghubungkan dua simpul. Penguatan suatu cabang adalah transmitansi.
Lintasan => jalan yang dilewati oleh cabang-cabang yang berhubungan, pada arah yang ditunjukkan oleh anak panah cabang.
Loop => lintasan tertutup
Penguatan loop => hasil kali transmitansi-transmitansi cabang pada loop tersebut.
Loop-loop tidak bersentuhan => jika tidak mempunyai simpul bersama.
Lintasan maju => lintasan dari simpul masukan (sumber) ke simpul keluaran (sink) yang melewati setiap simpul hanya sekali.

Sifat Grafik Aliran Sinyal

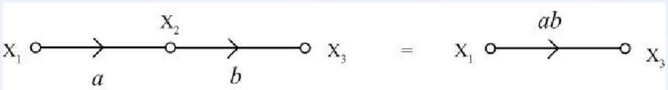
1. Suatu cabang menunjukkan ketergantungan fungsional suatu sinyal terhadap sinyal lain.
2. Menambahkan sinyal dengan semua sinyal yang datang
3. Terdapat simpul campuran
4. Untuk sistem yang diberikan, grafik aliran sinyal tidak unik.

Untuk menentukan hubungan masukan-keluaran, dapat menggunakan rumus Mason.
Untuk menyelesaikannya, kita gunakan aturan berikut :

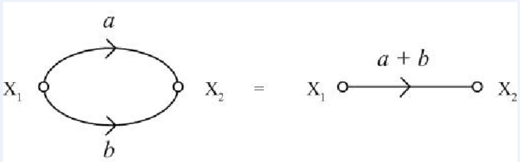
1. Nilai suatu simpul dengan satu cabang masuk adalah



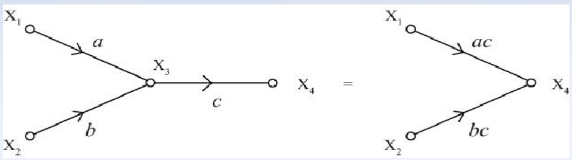
2. Cabang kaskade dapat digabung menjadi satu cabang dengan pengali transmitan



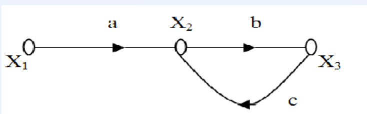
3. Cabang paralel dapat digabung dengan menambah transmitan



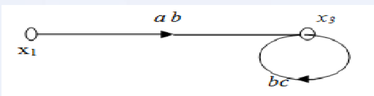
4. Simpul campuran dapat dihilangkan.



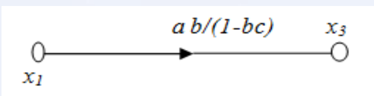
5. Suatu loop dapat dihilangkan.



$x_3 = bx_2$
$x_2 = ax_1 + cx_3$

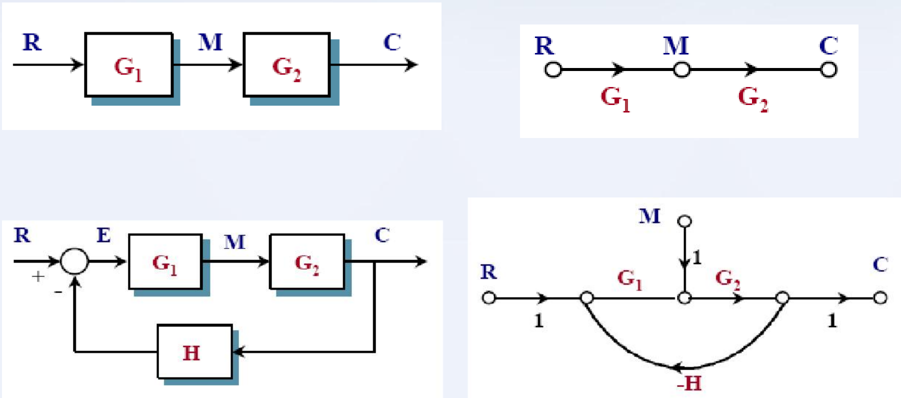


$x_3 = abx_1 + bcx_3$

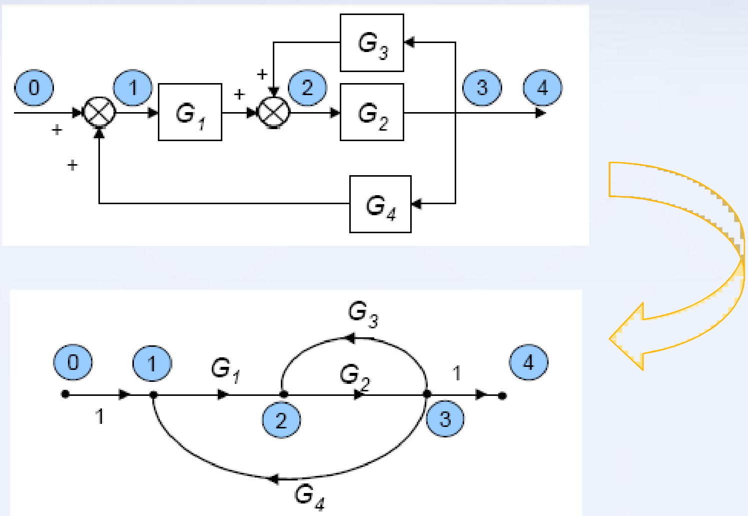


$$x_3 = \frac{ab}{1-bc} x_1$$

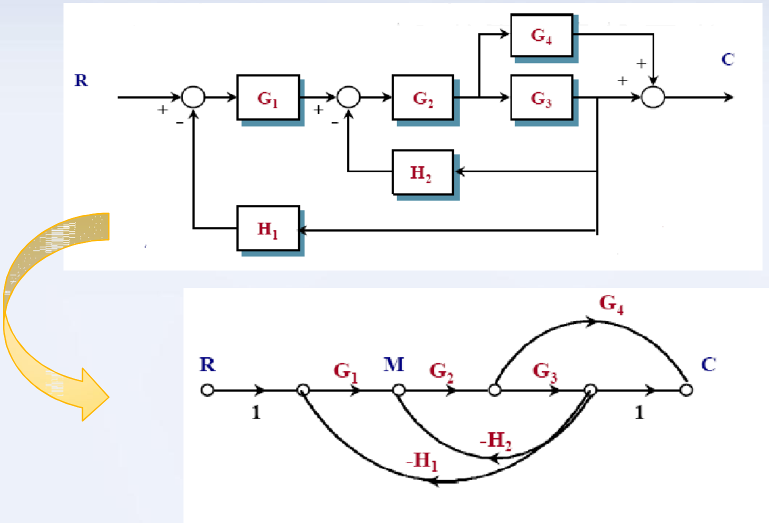
Grafik Aliran Sinyal Sistem Kendali



Grafik Aliran Sinyal Sistem Kendali



Blok diagram ke Grafik Aliran Sinyal

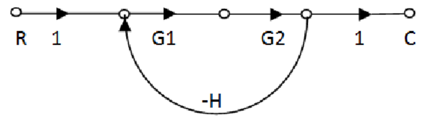


Aturan MASON

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum_i G_i \Delta_i$$

- Gi : penguatan arah maju
- Δi : determinan lintasan maju ke-I
  : I- kombinasi loop yang yang tidak menyentuh lintasan ke-i
- Δ : determinan sistem (blok diagram)
- Δ : I- ∑ penguatan loop + ∑ perkalian dua penguatan loop - ∑ perkalian 3 penguatan loop

Contoh :



Gi = G1.G2 (penguatan arah maju)

Kombinasi loop (Li) = -HG1G2

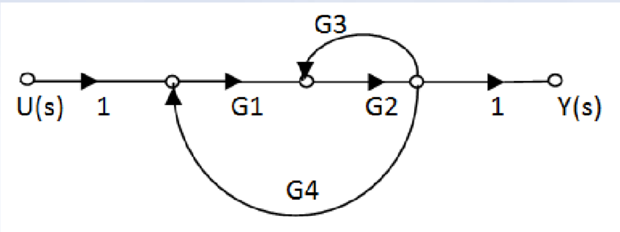
Δ = 1-(-HG1G2)

= 1+HG1G2

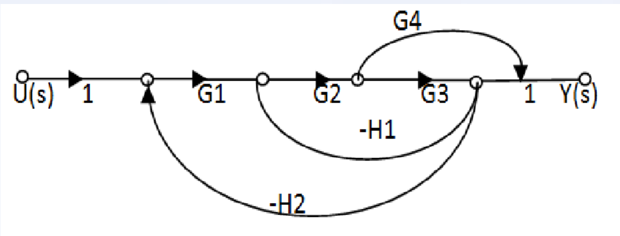
$$G = \frac{G1G2}{1 + G1G2H}$$

Tentukan TF dengan aturan Masson

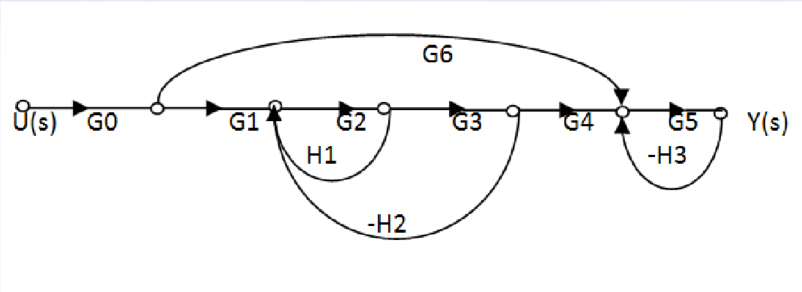
1



2



3



Pertemuan 6

Respon Sistem

MK. Sistem Kendali 1

Bekti Wulandari, M.Pd.
TE KELAS B
2014

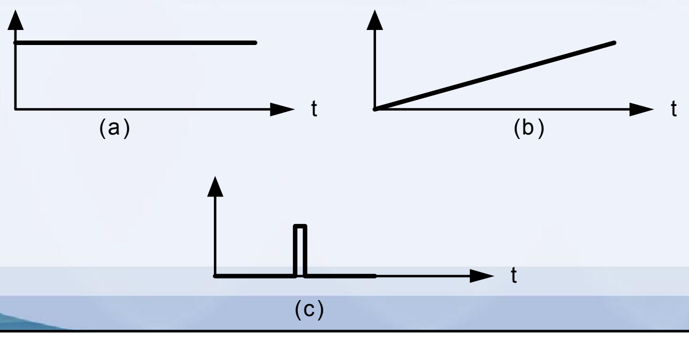
Respon Sistem

Respon sistem adalah perubahan perilaku output terhadap perubahan sinyal input.

Respon sistem berupa kurva yang akan menjadi dasar untuk menganalisa karakteristik sistem selain menggunakan persamaan/model matematik.

Masukan

a. Masukan step (tetap dan sistem akan dikenai ganguan tiba-tiba)
b. Masukan ramp (sinyal fungsi waktu yang berangsur-angsur berubah)
c. Masukan impuls (berupa sinyal kejut)



Masukan (lanjutan)

1. STEP

   Nilainya muncul pada t = 0 dan naik menuju nilai konstan 1 memiliki transformasi laplace 1/s.

2. RAMP

   Nilainya muncul pada t = 0 dan naik sebesar 1 setiap detiknya memiliki Transformasi laplace $1/s^2$

3. IMPULS

   Nilainya mulai muncul pada t = 0 dan naik menuju nilai yang sama dengan 1 memiliki transformasi laplace 1

Respon Sistem Orde Pertama

- Persamaan diferensial

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = kx$$

τ : konstanta waktu

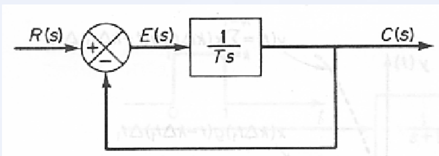
k : gain keadaan lunak

Transformasi laplace τ Y(s) + Y(s) = k X(s)

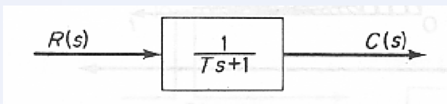
Fungsi alih G (s) = k /(τs+1)

Respon Sistem Orde Pertama (lanjutan)

- Blok diagram sitem orde 1



- Blok diagram yang disederhanakan



Respon sistem orde pertama masukan STEP

Jika **x(t) = u(t)** (unit step), maka **X(s) = 1/s**

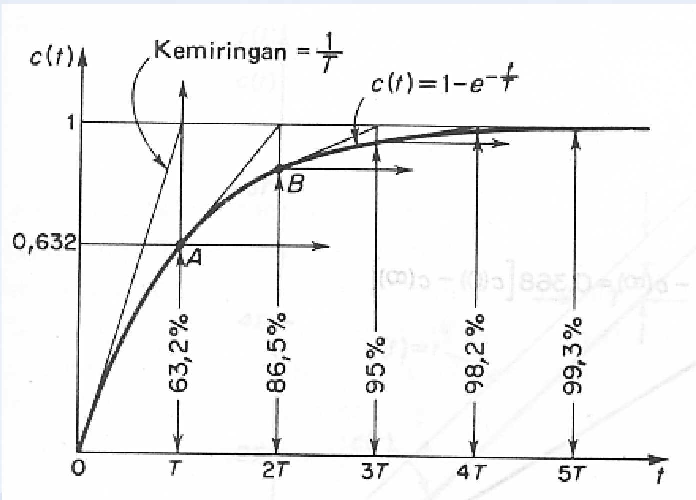
Maka Y(s)=G(s).X(s)

$$= \frac{1}{\tau.s+1}.\frac{1}{s}$$

Dengan laplace balik diperoleh :

$$Y(t) = -e^{-\frac{t}{\tau}} + 1$$

Perilaku sistem orde pertama ketika diberikan input step



Respon sistem orde pertama masukan RAMP

- Jika **x(t) = t** (unit ramp), maka **X(s) = 1/s²**

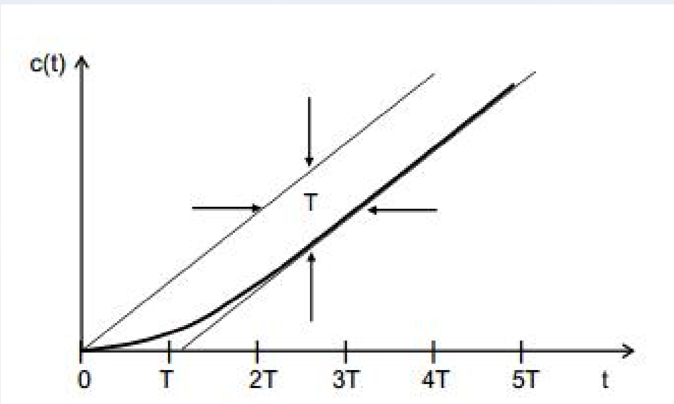
$$C(s) = \frac{1}{\tau.s+1}.\frac{1}{s^2}$$

- Dengan laplace balik diperoleh :

$$c(t) = \tau e^{-t/\tau} + t - \tau$$

- Buktikan!

Perilaku sistem orde pertama ketika diberikan input ramp



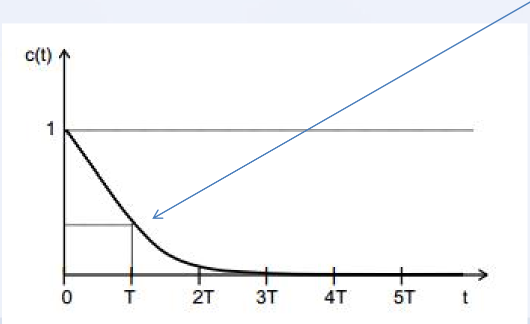
Respon sistem orde pertama masukan IMPULS

- Jika **x(t) = ∂(t)** (unit impuls), maka **X(s) = 1**

$$C(s) = \frac{1}{\tau.s + 1}$$

- Dengan laplace balik diperoleh :

$$c(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$$



0,37
0,14
0,05
0

Parameter sistem orde pertama

1. Konstanta waktu

   ketika waktu t=τ maka y =k(1-e^-1)= 0,63k

   konstanta waktu τ ketika diberikan sinyal masukan step adalah waktu yang dibutuhkan oleh keluaran sistem untuk mencapai 0,63

2. Waktu tunda t_d

   waktu yg dibutuhkan oleh keluaran sistem untuk mencapai nilai 50% dari nilai keadaan tunak.

   karena k adalah nilai akhir maka waktu tunda =

   $\frac{1}{2} k = k(1-e^{-td/\tau})$

   $\frac{1}{2} = (1-e^{-td/\tau})$

   $\ln 2 = t_d / \tau$

   $t_d = \tau \ln 2$

Parameter sistem orde pertama (lanjutan)

3. Waktu naik t_r

waktu yang dibutuhkan untuk naik dari 10 % mencapai nilai 90 %

waktu yg diperlukan untuk mencapai 10 %

$10/100\ k = k(1-e^{-t10/\tau})$ $\qquad$ $1/10 = (1-e^{-t10/\tau})$

$\ln 10 = t_{10}/\tau$ $\qquad$ $t_{10} = \tau \ln 10$

waktu yang diperlukan untuk mencapai 90 %

$90/100\ k = k(1-e^{-t90/\tau})$ $\qquad$ $9/10 = (1-e^{-t90/\tau})$

$\ln 10 - \ln 9 = t_{90}/\tau$

$t_{90} = \tau \ln 10 - \tau \ln 9$ $\qquad$ Waktu naik $= \tau \ln 9$

SOAL

Pertemuan 7

Respon Sistem Orde 2

MK. Sistem Kendali 1

Bekti Wulandari, M.Pd.
TE KELAS B
2014

Sistem Orde Kedua

Persamaan diferensial orde kedua

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\zeta\omega n\frac{dy}{dt} + \omega^2 n\, y = k\omega^2 n\, x$$

Dimana ζ adalah rasio redaman, dan ωn adalah frekuensi alami.

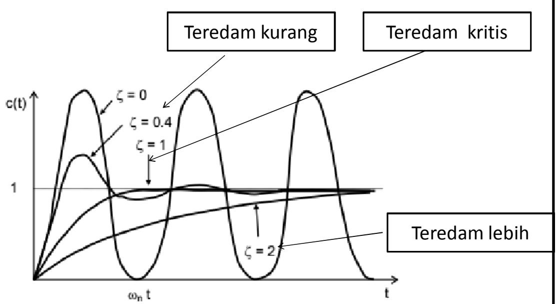
Transformasi Laplace:

$s^2Y(s) + 2\zeta\,\omega n\, s\, Y(s) + \omega n^2\, Y(s) = k\omega n^2\, X(s)$

Fungsi alih:

$$\frac{k\omega^2 n}{s(s^2 + 2\zeta\omega n\, s + \omega n)} \qquad G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

Keluaran sistem berubah terhadap waktu tergantung pada nilai redaman



- *Underdamped response*, output melesat naik untuk mencapai input kemudian turun dari nilai yang kemudian berhenti pada kisaran nilai input.
- *Critically damped response*, output tidak melewati nilai input tapi butuh waktu lama untuk mencapai target akhirnya
- *Overdamped response*, respon yang dapat mencapai nilai input dengan cepat dan tidak melewati batas input.

Kondisi 3 bentuk keluaran sistem ditentukan dari persamaan : $\frac{k\omega n^2}{s(s+p1)(s+p2)}$

P1 dan p2 : akar-akar suku kuadratik penyebut

Atau

p1 = $-\zeta\omega n + \omega n\sqrt{(\zeta^2-1)}$

P2 = $-\zeta\omega n - \omega n\sqrt{(\zeta^2-1)}$

1. $\zeta > 1$

- Suku akar kuadrat bernilai riil dan dapat difaktorisasi
- Bentuk keluaran

$$y = \frac{k\omega n^2}{p1p2}\left[1 - \frac{p2}{p2-p1}\, e^{-p1t} + \frac{p1}{p2-p1}\, e^{-p2t}\right]$$

- Bila t menuju tak terhingga, maka suku eksponensial persamaan akan menuju nol dan keluaran sistem menjadi sama dengan $kwn^2/(p1p2)$.
- $p1p2 = wn^2$ maka keadaan tunaknya= k

2. $\zeta = 1$

- Suku akar kuadrat akan sama dengan nol sehngga p1 = p2 = ωn
- Keluarannya : $Y(s) = \frac{k\omega n^2}{s(s+\omega n)^2}$

Dengan pecahan parsial

$$Y(s) = k\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\omega n} - \frac{\omega n}{(s+\omega n)^2}\right]$$

karenanya $y = k[1 - e^{-\omega n\, t} - \omega n\, t\, e^{-\omega n\, t}]$

3. $\zeta < 1$

- Suku akar kuadrat tidak akan memiliki nilai riil
- Keluaran :

$$y = k\ [1 - \frac{e^{-\zeta\omega nt}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\ \sin(\omega n\sqrt{1-\zeta^2}\ \ t + \phi$$

- Dimana $\cos\phi = \zeta$
- Frekuensi sudut dari osilasi teredam

$$\omega = \omega n\sqrt{1-\zeta^2}$$

Parameter Sistem Orde 2

1. Waktu naik (Tr)

   waktu yang diperlukan oleh respon x untuk naik dari 0 hingga keadaan tunak.

   $$Tr = \frac{\pi}{2\omega n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

2. Waktu puncak (Tp)

   waktu yang diperlukan oleh respon sistem untuk naik dari 0 hingga mencapai nilai puncak pertamanya. $Tp = \frac{\pi}{\omega n\sqrt{1-\zeta^2}}$

3. Overshoot

   besaran maksimum dimana respons sistem melebihi nilai keadaan tuinaknya (amplitudo puncak pertama)

   nilai keadaan tunak diperoleh ketika t menuju tak terhingga sehingga yss=k. Karena y=0 pada saat t=0 dan e^0= 1 maka dari

   $$y = k[1 - \frac{e^{-\zeta\omega nt}}{\sqrt{1-\zeta^2}}(P\sin\omega t + Q\cos\omega t)]$$

   Diperoleh

   $$0 = k[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}(0+Q)]\ sehingga\ Q = \sqrt{1-\zeta^2}$$

Jika overshoot terjadi pada ωt =π maka

$$y = yss[1 - \frac{e^{-\zeta\omega n\pi/\omega}}{\sqrt{1-\zeta^2}}(0-Q)]$$

Overshoot = selisih antara keluaran pada waktu terjadinya overshoot dan nilai keadaan tunak sistem, sehingga

$$Overshoot = yss\exp(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}})$$

Persentase overshoot = $\exp(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}})$ x 100%

4. Rasio subsidensi (peluruhan)

   suatu indikasi yg dapat menunjukkan seberapa cepat osilasi sistem meluruh.

   $$rasio\ subsidensi = \exp(\frac{-2\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}})$$

5. Banyaknya osilasi sampai waktu pemantapan

   waktu yang diperlukan untuk melengkapi satu siklus (periode siklus) adalah 1/f

   karena ω=2πf maka waktu untuk melengkapi satu siklus adalah 2π/f.

   banyaknya osilasi = waktu pemantapan/periode

   $$banyaknya\ osilasi = \frac{\frac{4}{\zeta\omega n}}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{1}{\zeta^2}-1}$$

6. Settling time (Ts)

waktu yang diperlukan oleh respons sistem untuk jatuh menuju suatu nilai tertentu dan kemudian tetap berada pada nilai ini.

waktu pemantapan 2% maka

$$Ts = \frac{4}{\zeta\omega n}$$

waktu pemantapan 5% maka

$$Ts = \frac{3}{\zeta\omega n}$$

Hal yang harus diperhatikan dalam merancang sistem

1. Untuk sistem dengan respon cepat (waktu naik kecil) maka frekuensi natural sistem haruslah cukup besar.
2. Faktor redaman memiliki kisaran 0.4 sampai 0,8 karena nilai yang lebih kecil akan mengakibatkan terjadinya overshoot yang berlebihan serta banyak osilasi sebelum sistem mencapai waktu pemantapannya.

   nilai yang lebih besar akan menambah panjang waktunya respon sistem.

Soal

Kestabilan Sistem

MK. Sistem Kendali 1

Bekti Wulandari, M.Pd.
TE KELAS B
2014

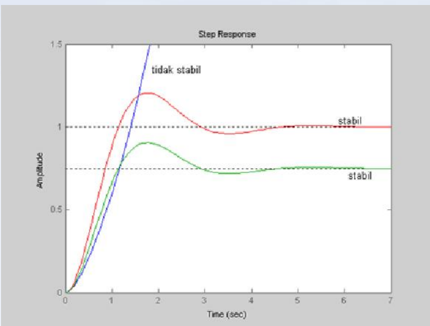
Kestabilan Sistem

- Kestabilan adalah kemampuan untuk mengendalikan sistem
- Diharapkan mampu merespon input yang diaplikasikan dengan keluaran yang dapat dipertanggungjawabkan
- Apabila setiap diberikan masukan tertentu akan menghasilkan keluaran yang mengarah kepada nilai tertentu pula.

Metode

- Respon sistem
- Letak pole
- Kriteria Routh-Hurwitz

1. Respon waktu sistem



- sistem yang stabil
- Sistem yang tidak stabil

Tidak sederhana diterapkan karena harus mendapatkan respon sistem terlebih dahulu, sejak respon transien hingga respon keadaan tunaknya

2. Letak Pole

- Perhatikan fungsi alih berikut ini:

  G(s) = 1/ (s+1)(s+2)

Nilai s yang membuat fungsi alih yang bernilai tak terhingga disebut sebagai pole sistem, akar-akar polinomial penyebut.

Sistem diatas memiliki pole pada s=-1 dan s=-2

Jika diberikan masukan tangga maka keluarannya

$$Y(s) = \frac{1}{s} x \frac{1}{(s+1)(s+2)} = \frac{1}{s(s+1)(s+2)} = \frac{1}{2s} - \frac{1}{s+1} + \frac{1}{2(s+2)}$$

$$y(t) = \frac{1}{2} - e^{-t} + \frac{1}{2} e^{-2t}$$

Disebut sistem yang stabil, mengapa?

- Perhatikan fungsi alih berikut ini:

  G(s) = 1/ (s - 1)(s - 2)

Sistem diatas memiliki pole pada s=+1 dan s=+2

Jika diberikan masukan tangga maka keluarannya

$$Y(s) = \frac{1}{S} \cdot \frac{1}{(s-1)(s-2)} = \frac{1}{s(s+1)(s+2)} = \frac{1}{2s} - \frac{1}{s-1} + \frac{1}{2(s-2)}$$

$$y(t) = \frac{1}{2} - e^{+t} + \frac{1}{2} e^{+2t}$$

Disebut sistem yang tidak stabil, mengapa?

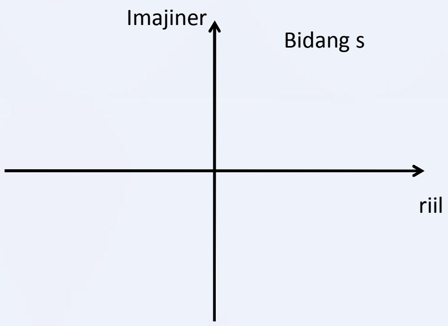
Karena setiap pole sistem yang bernilai positif akan muncul pada suku-suku eksponensial persamaan yang nilainya semakin bertambah seiiring bertambahnya waktu. Semakin besar nilai s untuk setiap pole maka akan semakin cepat nilai dari suku yang bertambah sehingga sistem tidak stabil

- Jika sebuah sistem memiliki fungsi alih dengan pole-pole negatif, maka pole-pole tersebut akan menghasilkan kondisi peralihan yang nialinya semakin berkurang dan menghilang seiring bertambahnya waktu.
- Jika sebuah sistem memiliki fungsi alih dengan pole-pole positif, maka pole tersebut akan menghasilkan kondisi peralihan yang bertambah besar seiiring bertambahnya waktu.
- Jika sebuah fungsi alih memiliki pole negatif maka dikatakan stabil
- Jika sebuah sistem memiliki fungsi alih dengan pole positif maka diaktakan tidak stabil

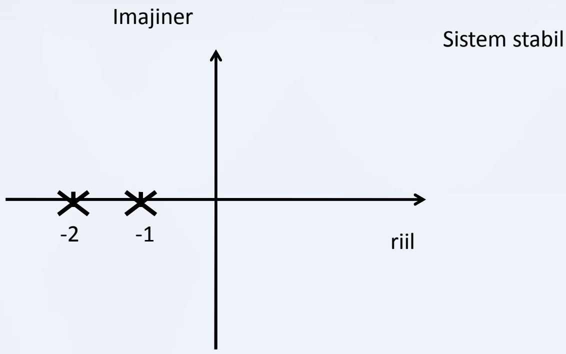
- Pole-pole dari sebuah sistem, yaitu akar-akar persamaan karakteristik akan menentukan bagaimana sistem akan berperilaku saat memberi respons terhadap masukan
- Pole-pole dapat berupa suatu bilangan riil atau bilangan kompleks
- Bila pole tersebut merupakan bilangan imajiner murni maka keluaran akan memiliki komponen yang berosilasi
- Bila semua pole negatif maka sistem stabil
- Bila pole merupakan bilangan kompleks dan bilangan riil bernilai negatif maka sistem stabil

Bidang s

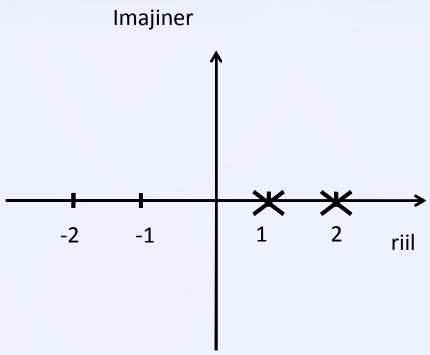
- Posisi pole dapat di plot dalam sebuah grafik, sumbu x = bagian riil, dan sumbu y = bagian imajiner



Fungsi alih G(s) = 1/(S+1)(s+2)

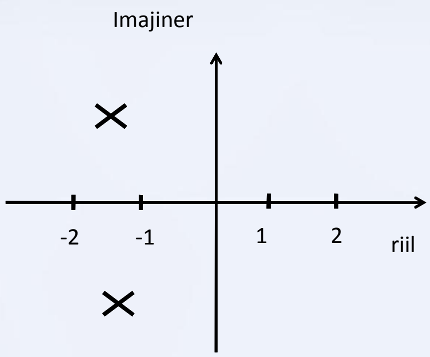


Fungsi alih G(s) = 1/(S-1)(s-2)



Sistem tidak stabil

Fungsi alih $G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 4}$

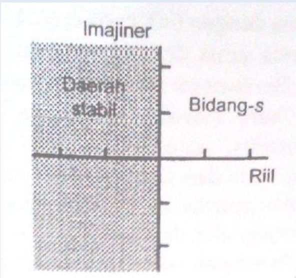


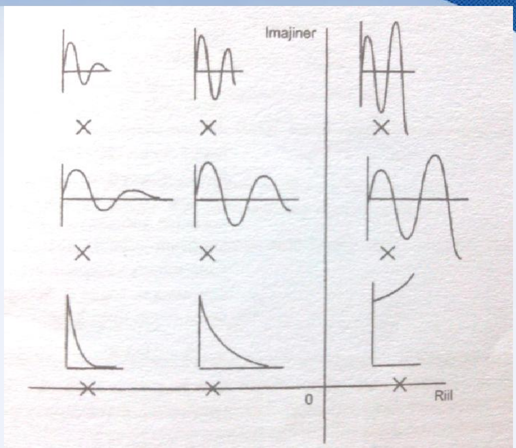
$$s = -\frac{2}{2} \pm \frac{\sqrt{4-16}}{2}$$

$$s = -1 \pm j1{,}73$$

Sistem stabil

- Bagaimana stabilitas sistem jika mempunyai transfer function $G(s) = \dfrac{1}{s^2 - 2s + 4}$





Relasi antara lokasi pole dan kondisi peralihan respons yang dihasilkan: masing-masing kondisi peralihan yang berosilasi akan muncul dari sepasang akar persamaan karakteristik a+-jb

Latihan

- Yang manakah di antara sistem-sistem berikut ini yang merupakan sistem yang stabil dan gambarkan bidang s:

a. $G(s) = 1/(s^2+s+1)$
b. $G(s) = 1/(s^2-5s+4)$
c. $G(s) = 1/(s^2-2s+3)$
d. $G(s) =1/(s^2+s+6)$

3. Kriteria Routh-Hurwitz

- Prosedur analisis untuk menentukan jika semua akar suatu polinomial mempunyai bagian real negatif dan digunakan dalam analisis apakah kestabilan dari sistem linier yang tidak berubah terhadap waktu
- Kriteria kestabilan Routh memberi informasi **ada tidaknya** akar positif pada persamaan karakterisitik bukan **nilai** akar tersebut

Tahapan

1. Membuat persamaan karakteristik yang berbentuk polinomial

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_n = 0$$

2. Menyusun persamaan karakteristik tersebut dalam susunan matriks (Array Routh)

   2 baris pertama: koefisien-koefisien polinomial persamaan karakteristik diatas

Prosedur Kriteria Kestabilan Routh

$$\begin{array}{cccccc}
s^n & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & . \\
s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & . \\
s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & . \\
s^{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & . \\
s^{n-4} & d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & . \\
. & . & . & & & \\
. & . & . & & & \\
. & . & . & & & \\
s^2 & e_1 & e_2 & & & \\
s^1 & f_1 & & & & \\
s^0 & g_1 & & & &
\end{array}$$

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} \qquad c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$$

$$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1} \qquad c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1}$$

$$b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1} \qquad c_3 = \frac{b_1 a_7 - a_1 b_4}{b_1}$$

$$d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1}$$

$$d_2 = \frac{c_1 b_3 - b_1 c_3}{c_1}$$

3. Jumlah akar-akar persamaan karakteristik yang terletak di sebelah kanan bidang s sama dengan jumlah perubahan tanda pada kolom pertama dari array routh.
4. Ditentukan kestabilan sistem

- Syarat perlu dan syarat cukup agar sistem stabil (memenuhi kriteria kestabilan Routh)
  - Koefisien persamaan karakteristik semua **positif** (jika semua negatif maka masing – masing ruas dikalikan minus 1 sehingga hasilnya positif)
  - Semua suku kolom pertama pada tabel Routh mempunyai **tanda positif.**
    - Jika ada nilai nol lihat pada bagian “kondisi khusus”

Contoh

Sebuah persamaan karakteristik sistem adalah:

$S^3 + s^2 + 2s + 8$

Maka array routhnya adalah:

s^3	1	2
s^2	1	8
s^1	-6	
s^0	8	

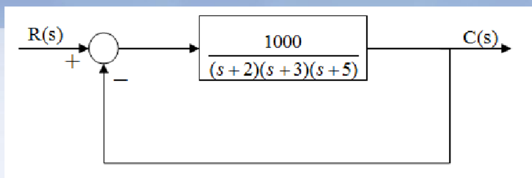
Karena pada kolom pertama terdapat 2 perubahan tanda maka sistem memiliki 2 buah pole yang terletak di sebelah kanan bidang s maka sistem tidak stabil

Persamaan karakteristiknya

$S^3 + 2s^2 + 3s - 1$

s^3	1	3
s^2	2	-1
s^1	3.5	
s^0	-1	

Karena pada kolom pertama terdapat 1 buah perubahan tanda, maka sistem tersebut memiliki satu buah akar persamaan karakteristik yang terletak di sebelah kanan bidang s maka sistem tersebut tidak stabil



1. Fungsi alih ?
2. Persamaan karakteristiknya?
3. Array Routh
4. Terdapat perubahan tanda atau tidak?
5. Disimpulkan

Kasus Khusus harga nol (0)

- Terdapat harga nol pada kolom pertama dengan sedikitnya satu elemen pada baris yang sama yang tidak berharga 0 (nol).
- Jika dikerjakan seperti kasus pertama maka akan menghasilkan bilangan tak terhingga.
- Mengganti elemen dengan sebuah bilangan yang sangat kecil yang dianggap bilangan positif dan negatif.

Contoh

- Diketahui sebuah sistem kendali mempunyai persamaan karakteristik seperti:

  $s^5 + 2s^4 + 2s^3 + 4s^2 + 11s + 10$

  perhitungan array Routhnya:

s^5	1	2	11
s^4	2	4	10
s^3	$\cancel{0}\ \epsilon$	6	
s^2	$-12/\epsilon$	10	
s^1	6		
s^0	10		

Jika harga ϵ dianggap positif, maka terdapat 2 perubahan tanda.
Berapa jumlah akar-akar polinomial persamaan karakteristik yang terletak sebelah kanan bidang s?
Kesimpulan: sistem tidak stabil.

Kasus Ketiga

- Apabila salah satu baris di antara keseluruhan baris dari array routh memiliki elemen yang semuanya berharga nol.

Contoh:

Terdapat sebuah persamaan karakteristik sistem seperti $s^2 + 1$

Array Routhnya:

s^2	1	1
s^1	0	0
s^0		

Jika dicoba dengan cara pada kasus kedua tidak dapat karena array Routh tidak dapat dilengkapi. Lalu?? Ada beberapa tahapan:

1. Anggap semua elemen zero adalah S^j
2. Tambahkan elemen polinomial dengan cara mendiferensialkan fungsi pada baris S^{j-1} terhadap s untuk mengganti elemen pada baris S^j
3. Lanjutkan perhitungan seperti kasus pertama

Contoh

Persamaan karakteristik dari sistem kontrol seperti

$s^5+7s^4+6s^3+42s^2+8s+56$

Maka array Routhnya:

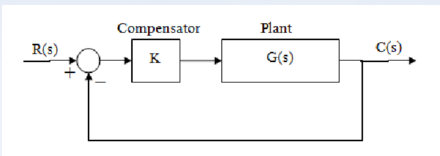
s^5	1	6	8
s^4	~~7~~ 1	~~42~~ 6	~~56~~ 8
s^3	~~0~~ ~~4~~ 1	~~0~~ ~~12~~ 3	~~0~~ ~~0~~ 0
s^2	3	8	0
s^1	1/3	0	
s^0	8	0	

Mengapa baris S^4 diubah menjadi 1 6 8?
Diperileh dari persamaan diferensial pada baris sebelumnya.

1. Baris S^4 dikalikan dengan 1/7 untuk memudahkan perhitungan diferensial
2. Baris S^3 semua bernilai nol, sehingga baris sebelumnya dideferensialkan terhadap s
3. $d/ds\ (S^4 + 6\ S^2 + 8) = 4\ S^3 + 12S + 0$
4. Isikan pada baris S^3
5. Perhitungan dilanjutkan seperti kasus pertama

Adakah perubahan tanda?
Sistem stabil

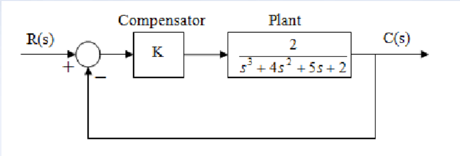
Aplikasi Kriteria Routh Hurwitz untuk perancangan pengautan sistem



K adalah penguatan (gain) untuk memberikan kompensasi pada sistem

Sehingga jika koefisien persamaan karakteristik disusun untuk membentuk array routh, nilai K juga akan muncul pada kolom-kolomnya.

Contoh



1. Cari transfer functionnya
2. Tuliskan persamaan karakteristiknya
3. Buat array routhnya
4. Semua elemen kolom pertama harus lebih dari nol, maka:

a. Harga elemn pada baris s^1 harus positif

b. Harga elemen pada baris s^0 juga harus positif

- Transfer Functionnya $$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2K}{s^3 + 4s^2 + 5s + 2 + 2K}$$
- Persamaan karakteristiknya $$Q(s) = s^3 + 4s^2 + 5s + 2 + 2K = 0$$
- Array Routh

s^3	1	5
s^2	4	2+2K
s^1	(18-2K)/4	
s^0	2+2K	

- (18-2k)/ 4 > 0 18 – 2K> 0 2K < 18 K<9
- 2+2K > 0 2K>-2 K>-1
- Sehingga nilai K adalah -1 <K < 9